donde

$w^2 = a^z — u^2 — v^2 = —$ sf² cos h² -^-. cos h² -5- J\ K

Trasformando dalle variabili w, *v* alle £, » l'espressione (i), si trova

£

(14) tf^rzi^H

espressione che conviene ad una superficie di rotazione.

Designando con r_0 il raggio del parallelo minimo di questa superficie, che corrisponde evidentemente a £ = o, con *r* quello del parallelo £, si ha

rnzr₀cosh-£- ,

e quindi

Dunque la zona di superficie pseudosferica che può essere realmente conformata a superficie di rotazione è definita dalla condizione

-~- sen h -JT- I < r ,

ossia è racchiusa fra due circonferenze geodetiche equidistanti dalla geodetica *£* = o, la quale si dispone secondo il parallelo minimo. La larghezza di questa zona dipende dal raggio che si vuole assegnare al parallelo minimo, ed è tanto maggiore quanto questo è minore. La lunghezza della zona stessa è indefinita, epperò essa si ravvolge infinite volte sulla superficie di rotazione, nel che è da osservare che i punti i quali si sovrappongono in tal modo l'uno all'altro devono sempre concepirsi come distìnti, senza di che cesserebbe d'esser vero il teorema che per due punti della superficie passi una sola geodetica : in altre parole, si deve concepire la superficie di rotazione come il limite di un elicoide il cui passo converge verso zero. I due paralleli estremi hanno il raggio uguale a j/jf?² -f- r², e i loro piani sono tangenti circolarmente alla superficie.

Fra le circonferenze geodetiche a centro reale e quelle a centro ideale si trovano, come ente intermedio, le circonferenze geodetiche che hanno il centro a distanza infinita, le quali meritano di essere considerate a cagione delle loro notabilissime proprietà.

L'equazione generale di queste circonferenze conserva la forma (13), poiché il processo che ci ha condotto a questa vale per ogni posizione del centrò ; ma se tale equazione si confronta colla (ii), in cui la quantità t/#² — «²— i»², ossia w_{o9} converge